

# پاسخنامه

## صبحانه ریاضی

نهم کلاس ۱  
۱۴۰۱/۱۲/۰۳



۲۰ سؤال

ریاضی ۱

۲۰ سؤال

۲ ۵

$$\left. \begin{aligned} \delta - \frac{a}{2} - b = 0 &\Rightarrow b = \delta - \frac{a}{2} \\ b > \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta - \frac{a}{2} > \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} < \frac{14}{3} \stackrel{\times 2}{\Rightarrow} a < \frac{28}{3}$$

در نتیجه  $a$  می‌تواند یکی از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ باشد.



۱ ۶

$$\begin{cases} A = 2a^2 - b \\ B = 12 - 6a^2 - 2b \Rightarrow \frac{B}{2} = 6 - 3a^2 - b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A - \frac{B}{2} &= 2a^2 - b - (6 - 3a^2 - b) \\ &= 2a^2 - b - 6 + 3a^2 + b = 5a^2 - 6 \end{aligned}$$



۲ ۷

$$-b^2 - 2b = -b^2 - 1 \Rightarrow -2b = -1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

فقط به ازای  $b = \frac{1}{2}$  این معادله جواب دارد.



۳ ۸

$$\begin{aligned} 4 < 5 < 9 &\Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3 \\ &\Rightarrow 2 - 1 < \sqrt{5} - 1 < 3 - 1 \\ &\Rightarrow 1 < \sqrt{5} - 1 < 2 \end{aligned}$$



۴ ۹

$$a^2 + 5a = 8$$

$$\begin{aligned} a(a+2)(a+3)(a+5) &= a(a+5)(a+2)(a+3) \\ &= (a^2 + 5a)(a^2 + 5a + 6) \\ &= 8(8+6) = 8 \times 14 = 112 \end{aligned}$$



## ریاضی

۱ ۲

$$2 - \frac{a^2}{2} - \frac{1-a}{2} > a - \frac{a^2}{2} \Rightarrow 2 - \frac{1-a}{2} > a$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{2} + \frac{a}{2} > a \Rightarrow \frac{3}{2} > a - \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{a}{2} \Rightarrow 3 > a$$



۲ ۳

$$\frac{ab^n}{\sqrt{2}} + \pi a^3 - 2a^m b^2 + a^2 m b^{2n}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b : \text{درجه چند جمله‌ای نسبت به } b \text{ به } 6 = 2n \Rightarrow n = 3 \\ a : \text{درجه چند جمله‌ای نسبت به } a \text{ و } b \text{ به } 8 = 2m + 2n \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2m + 2 \times 3 = 8 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

از حل معادله  $2 + 3m = 8$  و دیگر شرایط مسئله نتیجه می‌گیریم که  $m$  نمی‌تواند مساوی ۲ باشد.

(در این صورت  $2m + 2n$  مساوی  $10 = 2 \times 2 + 2 \times 3$  می‌شود و درجه چند جمله‌ای نسبت به  $a$  و  $b$  برابر با ۱۰ می‌شود.)



۳ ۴

$$a^2 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a-2)(a+2)$$

$$3a^2 - 8a + 4 = (a-2)(3a-2)$$



۴ ۵

$$-3a^2 - \frac{1-a}{2} < 3a(2-a)$$

$$\Rightarrow -3a^2 - \frac{1}{2} + \frac{a}{2} < 6a - 3a^2$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} < 6a - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{12a}{2} - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{-1}{2} < \frac{11a}{2}$$

$$\stackrel{\times 2}{\Rightarrow} -1 < 11a \Rightarrow a > \frac{-1}{11}$$





۱۰. ۴

$$\frac{a^r}{f} + a - \lambda = \left(\frac{a}{f}\right)^r + r \times \left(\frac{a}{f}\right) - \lambda = \left(\frac{a}{f} - r\right)\left(\frac{a}{f} + r\right)$$

$$f - \frac{a^r}{f} = \left(r - \frac{a}{f}\right)\left(r + \frac{a}{f}\right)$$



۱۱. ۱

$$(r - \sqrt{\delta})^{16}(\sqrt{\delta} + r)^{17}$$

$$= (r - \sqrt{\delta})^{16}(r + \sqrt{\delta})^{16} \times (r + \sqrt{\delta})$$

$$= ((r - \sqrt{\delta})(r + \sqrt{\delta}))^{16} \times (r + \sqrt{\delta})$$

$$= (r^2 - \delta)^{16} \times (r + \sqrt{\delta})$$

$$= (-1)^{16} \times (r + \sqrt{\delta})$$

$$= 1 \times (r + \sqrt{\delta}) = r + \sqrt{\delta}$$



۱۲. ۲

$$\sqrt{r}b^r - a^m b^{rn} + \pi b a^r - r b^r a \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ rn = 4 \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$



۱۳. ۳

$$\frac{\lambda}{x+2} \geq 4 \Rightarrow \frac{2}{x+2} \geq 1$$

با در نظر گرفتن اینکه  $x + 2 > 0$  باشد، می‌توانیم دو طرف نامعادله را در  $(x + 2)$  ضرب کنیم، پس برای  $x > -2$  داریم:

$$2 \geq x + 2 \Rightarrow 0 \geq x$$

چون قبل از این نتیجه گرفتیم  $x > -2$  است، پس خواهیم داشت:

$$-2 < x \leq 0$$



۱۴. ۱

$$b^r = rac$$

$$(a + c + b)(a + c - b) = (a + c)^r - b^r$$

$$= (a + c)^r - rac$$

$$= a^r + c^r + rac - rac$$

$$= a^r + c^r$$



۱۵. ۴ وقتی عددهای ۱، ۲، ۳ و ... را به توان ۲ می‌رسانیم، مربع

کامل‌ها به ترتیب به دست می‌آیند:

$$1, 2, 3, 4, \dots$$

↓ به توان ۲

$$1, 4, 9, 16, \dots \leftarrow \text{عددهای مربع کامل}$$

بنابراین اگر از عدد مربع کامل جذر بگیریم، یکی به آن اضافه کنیم و به توان ۲ برسانیم، مربع کامل بعدی به دست می‌آید. مثال:

$$\text{به توان ۲} \quad \text{جذر} \quad 9 \rightarrow 3 \rightarrow 3 + 1 = 4 \rightarrow \text{مربع کامل}$$

مربع کامل بعد از ۹ است.  $16 \rightarrow$ 

پس اگر  $a$  عددی مربع کامل باشد، عدد مربع کامل بعدی  $(\sqrt{a} + 1)^2$  است.



۱۶. ۱

$$a^r - \lambda a + 12 = (a - 2)(a - 6)$$

$$ra^r - \lambda = r(a^r - 4) = r(a - 2)(a + 2)$$



۱۷. ۳

$$\left. \begin{array}{l} 3^2 = 9 : \text{مساحت مربع اول} \\ (3 + a)^2 = 9 + 6a + a^2 : \text{مساحت مربع جدید} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\text{اختلاف مساحت‌ها} = a^2 + 6a + 9 - 9 = a^2 + 6a$$



۲۰. ۱ با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\begin{aligned} & ((\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{3})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - \sqrt{3} \\ &= (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 - (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 - 3 \\ &= x + y - 2\sqrt{xy} - 3 \end{aligned}$$



۱۸. ۳

$$\left(2a - \frac{1}{4}\right)\left(2a + \frac{1}{4}\right) = 4a^2 - \frac{1}{16}$$

$4a^2$  عبارتی همواره نامنفی است، بنابراین حداقل مقدار عبارت  $4a^2 - \frac{1}{16}$  مساوی  $-\frac{1}{16}$  می‌باشد.



۱۹. ۱

$$\left. \begin{aligned} 2a < b &\Rightarrow 2a - b < 0 \\ b^2 < 2ab &\Rightarrow 2ab - b^2 > 0 \Rightarrow b(2a - b) > 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} b < 0 \\ 2a < b \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a < 0 \Rightarrow a < 0$$

